

Correction du Concours blanc n° 2 – Mathématiques II – Erratum

Comme vous l'avez constaté, j'ai fait dans la correction du CB 2-2 une erreur digne d'un mauvais élève n'ayant pas appris son cours : j'ai inversé p et q dans l'expression de l'espérance et de la variance des lois géométriques. Il fallait donc lire, pour la question (2b) de l'exercice :

Puisque Y est à valeurs positives, la plus grande valeur propre est $X + Y$ et la plus petite $X - Y$. Ainsi, $S = X + Y$ et $D = X - Y$. Vous remarquerez que la notation *a priori* obscure devient alors limpide, S désignant la somme, et D la différence.

Les variables X et Y suivent une loi géométrique de paramètre p , donc $E(X) = E(Y) = \frac{1}{p}$ et $V(X) = V(Y) = \frac{q}{p^2}$.

Ainsi, l'espérance étant linéaire, $E(S) = E(X) + E(Y) = \frac{2}{p}$ et $E(D) = E(X) - E(Y) = 0$.

De plus X et Y étant indépendantes, on a :

$$V(S) = V(X + Y) = V(X) + V(Y) = \frac{2q}{p^2} \quad \text{et} \quad V(D) = V(X - Y) = V(X) + V(Y) = \frac{2q}{p^2}.$$

et pour la question (2c) :

Or, $V(S + D) = V(S) + V(D) + 2\text{cov}(S, D)$, et $V(S + D) = V(2X) = 4V(X) = \frac{4q}{p^2}$. Ainsi :

$$\text{cov}(S, D) = \frac{1}{2} (V(S + D) - V(S) - V(D)) = 0.$$

Personne n'est infallible !