	Exercice 1 – Nature de la série de terme général $u_n = \frac{1}{e^{(2+\frac{3}{n}) \ln n}}$ Exercice 2 – On note $S(n, k)$ le nombre de partitions en k parts de $\llbracket 1, n \rrbracket$. 1. Montrer que le nombre de surjections de $\llbracket 1, n \rrbracket$ vers $\llbracket 1, k \rrbracket$ est $k!S(n, k)$ (considérer l'application de l'ensemble des surjections vers l'ensemble des partitions à k parts qui à une surjection f associe la partition des images réciproques de chaque élément de $\llbracket 1, k \rrbracket$). 2. En classant les partitions selon que le singleton $\{n\}$ en est une part ou non, montrer que pour tout $n > 0$ et tout $k > 0$, $S(n, k) = S(n-1, k-1) + kS(n-1, k).$ Que vaut $S(n, 0)$? $S(n, n)$? Exercice 3 – Soient $\sum a_n$ et $\sum b_n$ deux séries convergentes à termes positifs. 1. Montrer que les séries de termes généraux $\min(a_n, b_n)$ et $\max(a_n, b_n)$ convergent 2. Montrer que $\sum \sqrt{a_n b_n}$ converge. 3. En déduire que, si $\sum a_n$ converge, alors $\sum \sqrt{a_n a_{n+1}}$ converge. La réciproque est-elle vraie ?	
	Exercice 4 – Soit $\sum u_n$ une série à termes positifs. Montrer que les séries $\sum u_n$ et $\sum \frac{u_n}{1+u_n}$ sont de même nature. Exercice 5 – On dispose de 10 CD dont 4 de Bach et 4 de Mozart. 1. Combien y a-t-il de façons de ranger les CD sur une étagère de sorte que les disques de Bach restent groupés ? qu'à la fois les disques de Bach et les disques de Mozart restent groupés ? 2. Combien y a-t-il de façons de ranger les CD de sorte que les 8 CD de Bach ou Mozart restent groupés, mais en alternant ? Exercice 6 – Soit pour tout n dans $\mathbb{N}^*$, $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$, et $u_n = S_n - \ln n$. 1. Montrer que la série de terme général $u_{n+1} - u_n$ converge. On admettra que $\ln(1+v_n) = v_n + O(v_n^2)$ si $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers 0. 2. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ converge vers une limite $C \in \mathbb{R}_+$. Ce réel C est appelée <i>constante d'Euler</i>. 3. Donner un équivalent simple de (S_n).	
	Exercice 7 – Montrer par une méthode combinatoire que $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}^2 = n \binom{2n-1}{n-1}$. Exercice 8 – Nature et somme éventuelle de la série de terme général $u_n = (n^3 + 2n^2 - 3n - 1) \cdot \frac{2^n}{n!}.$ Exercice 9 – Soit $\mathcal{P}_n$ l'ensemble des parties de $\{1, \dots, n\}$. 1. Montrer que $\sum_{A \in \mathcal{P}_n} \sum_{k \in A} k = n(n+1)2^{n-2}$. 2. Calculer $\prod_{A \in \mathcal{P}_n} \prod_{k \in A} k$.	