Programme des colles de la semaine 1 (15/09 – 20/09)

Toutes les démonstrations du cours sont à connaître.

I. Algèbre linéaire : révision du programme de première année

1. Espaces vectoriels, sev, sommes, sommes directes de deux espaces
2. Théorie de la dimension
3. Applications linéaires : généralités, cas de la dimension finie (formule du rang, caractérisation des isomorphismes...)
4. Matrices (manipulations algébriques)
5. Matrice d'une AL relativement à des bases, matrice de passage, formule de composition, formule de changement de bases

II. Compléments

1. Somme directe de n espaces vectoriels
2. sev stables par f ; restriction de f à un sev stable ; somme de sev stables, caractérisation matricielle de la stabilité ; cas d'une somme directe de sev stables.
3. projecteurs et symétries.

III. Diagonalisation

Uniquement des exercices concrets cette semaine

1. Éléments propres d'un endomorphisme (valeurs, vecteurs, espaces propres)
2. Polynômes d'endomorphisme, linéarité et respect du produit, polynômes annulateurs, $\text{Spec}(f) \subset \text{rac}(P)$.
3. Comment trouver en pratique les valeurs propres.
4. Critères de diagonalisabilité :
 - f diagonalisable ssi $\bigoplus_{\lambda \in \text{Spec}(f)} E_\lambda = E$
 - f diagonalisable ssi $\sum_{\lambda \in \text{Spec}(f)} \dim E_\lambda = \dim E$
 - f diagonalisable si f possède n valeurs propres distinctes ($n = \dim E$) (attention, réciproque fausse!)
 - si f admet une seule vp et n'est pas une homothétie, alors f n'est pas diagonalisable.
5. Diagonalisation effective, dans des cas concrets.