

Programme des colles de la semaine 11 (08/12 – 13/12)

Rappel : pas de colles la semaine du 15/12 au 20/12, pour cause de concours blanc

Intégrales impropres.

Ce chapitre pourra être l'occasion d'étudier certains produits scalaires définis par une intégrale impropre. Les élèves sont donc priés de revoir le chapitre d'**algèbre bilinéaire** dans cette perspective.

1. Définitions : voir semaine 10
2. Propriétés des intégrales impropres : voir semaine 10
3. Critères de comparaison pour les intégrales de *fonctions positives* : voir semaine 10
4. Cas des intégrales de fonctions non positives : voir semaine 10 + ajout suivant :
 - Notion de semi-convergence. Exemple de l'intégrale de Dirichlet $\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt$.
5. Comparaison séries/intégrales
6. Techniques de calcul
 - Formule d'intégration par parties pour les intégrales impropres.
 - Cas où uv n'admet pas de limite : faire l'intégration par partie sur un intervalle restreint.
 - En pratique, les IPP se feront la plupart du temps sur un intervalle restreint, en faisant tendre les bornes par la suite.
 - Formule de changement de variables
7. Intégrales classiques.
 - (a) Intégrale de Gauss : $\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

La démonstration (hors-programme mais faite en cours) n'est pas à connaître, mais il est bon de l'avoir comprise.
 - (b) Fonction Γ : domaine de définition, relation $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$, valeur de $\Gamma(n)$, $n \in \mathbb{N}^*$, $\Gamma(\frac{1}{2})$.