

Programme des colles de la semaine 16 (02/02 – 07/02)

I. V.A.R. à densité : voir semaines 13 et 14

II. Lois continues classiques : voir semaine 15, et complément ci-dessous

1. **Loi uniforme**

2. **Loi exponentielle**

3. **Lois Γ et γ**

4. **Loi normale, ou loi de Laplace-Gauss, ou loi gaussienne**

(a) Définition

(b) Étude de la densité et de la fonction de répartition.

- Densité de la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$
- Influence des paramètres m et σ sur la densité
- Fonction de répartition de la loi normale centrée
- Lecture de la table de valeurs de Φ .
- Influence des paramètres sur la fonction de répartition

(c) Moments :

- Cas de $X \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$: X admet une espérance et une variance, et $E(X) = 0$, $V(X) = 1$.
- Cas général $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2)$: X admet une espérance et une variance, et $E(X) = m$, $V(X) = \sigma^2$.

(d) Stabilité :

Soit $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2)$ et $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(m', \sigma'^2)$, indépendantes. Alors $X+Y \hookrightarrow \mathcal{N}(m+m', \sigma^2+\sigma'^2)$

La démonstration générale n'est pas exigible, car trop technique. Les élèves doivent cependant savoir refaire les calculs dans certains cas particuliers, par exemple $m = m' = 0$, ou $\sigma = \sigma'$,

III. Rappels de topologie

Les colleurs pourront vérifier que les élèves connaissent bien les différentes notions ci-dessous, par des questions proches du cours, ou par de très courts exercices. En aucun cas on ne donnera d'exercice conséquent sur cette partie du programme.

1. Distances et boules

- Rappel de la définition d'une norme. Cas de la norme euclidienne sur $\mathbb{R}^n$.
- Rappel : Inégalité de Cauchy-Schwarz numérique
- Définition d'une distance, d'un espace métrique.
- Notion de boule ouverte, boule fermée dans un espace métrique.

2. Voisinages, ouverts, fermés

- Définition d'un voisinage, d'un ouvert, d'un fermé
- Union et intersection d'ouverts et fermés.
- Contre-exemple (à savoir redonner) pour une intersection infinie d'ouverts, pour une union infinie de fermés.

3. Sous-ensembles bornés

- Définition dans $\mathbb{R}$ par majorant, minorant
- Définition plus générale dans un espace métrique par inclusion dans une boule.

4. Droites, segments, hyperplans

- Droites, définies par une paramétrisation $d_{A,U} = \{A + tU, t \in \mathbb{R}\}$
- Segments définis par une paramétrisation $[A, B] = \{tA + (1-t)B, t \in [0, 1]\}$.
- Sous-ensemble convexe de $\mathbb{R}^n$.
- Exemples : droites, segments, boules

Fin du programme pour les colles de lundi 02/02

- Hyperplan vectoriel, hyperplan affine
- Définition d'un hyperplan vectoriel ou affine par une équation.
- Description d'un hyperplan vectoriel par un vecteur orthogonal non nul. Relation avec les coefficients de l'équation.
- Description d'un hyperplan affine H par un vecteur orthogonal non nul et un point de H . Relation avec les coefficients de l'équation.