Lycée La Bruyère, Versailles 2008/2009
ECS 2 – Mathématiques

Programme des colles de la semaine 2 (22/09 – 27/09)

I. Algèbre linéaire : révision du programme de première année + compléments (voir semaine 1)

II. Diagonalisation (voir semaine 1 + ce qui suit)

6. Transfert de la terminologie et des méthodes à l'étude des matrices.

III. Algèbre bilinéaire

Uniquement du cours cette semaine, aucun exercice

1. Formes bilinéaires
   (a) Définitions générales
   - Définition d'une forme bilinéaire
   - $B(0, y) = 0$; $B(x, 0) = 0$
   - $B\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i x_i, \sum\limits_{j=1}^{m} \mu_j y_j\right) = \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{m} \lambda_i \mu_j B(x_i, y_j)$.
   - L'ensemble des formes bilinéaires sur E est un espace vectoriel.
   - Des exemples, en particulier $(X, Y) \mapsto {}^tXAY$.

   (b) Représentation matricielle d'une forme bilinéaire (E de dim finie).
   - Matrice d'une forme bilinéaire relativement à une base $\mathcal{C}$ de E, notation $\mathcal{M}_{\mathcal{C}}(B)$.
   - Théorème : $B(x, y) = {}^tXAY$, où X et Y sont les vecteurs colonnes des coordonnées de x et y dans la base $\mathcal{C}$, et A la matrice de B.
   - Théorème : cette relation caractérise la matrice de B : si pour tout x et y de E, $B(x, y) = {}^tXAY$, alors A est la matrice de E relativement à $\mathcal{C}$.
   - Corollaire : L'espace des formes bilinéaires est isomorphe à $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, où $n = \dim E$. En particulier, sa dimension est n^2.

   (c) Formules de changement de base.
   - Quelques rappels sur la transposition (définition, linéarité, comportement sur le produit et l'inverse)
   - Théorème : si M matrice de B dans la base $\mathcal{C}$, N matrice de B dans la base $\mathcal{D}$ et si P est la matrice de passage de $\mathcal{C}$ à $\mathcal{D}$, alors $N = {}^tPMP$
   - Exemples

   (d) Terminologie supplémentaire
   - forme bilinéaire symétrique, positive, définie.
   - Exemples.