

Programme des colles de la semaine 21 (30/03 – 04/04)

I. Fonctions de plusieurs variables réelles : extremums

1. **Définitions** (voir semaine 18)
2. **Étude des extremums locaux** (voir semaine 19)
3. **Recherche d'extremums globaux** (voir semaine 19)
4. **Extremums sous contraintes linéaires** (voir semaine 20)

II. Convergences et approximations en probabilités

1. **Convergence en probabilité** (voir semaine 20)
2. **Convergence en loi** (voir semaine 20)
3. **Approximations classiques** (voir semaine 20)

III. Estimation (pas d'exercices cette semaine)

1. **Échantillons d'une loi de probabilité** (voir semaine 20)
2. **Estimation ponctuelle** (voir semaine 20 + ce qui suit)
 - Risque quadratique d'un estimateur.
 - Le risque quadratique est la somme de la variance et du carré du biais.
 - Cas d'un estimateur sans biais.
3. **Suites d'estimateurs**
 - Définition, pour tout n , T_n estimateur du n -échantillon $(X_1, \dots, X_n)$.
 - Abus de langage : on parle de l'estimateur T_n au lieu de la suite d'estimateurs.
 - Convergence (ou consistance) d'une suite d'estimateur (d'un estimateur)
 - Estimateur asymptotiquement sans biais.
 - Si $r_{T_n}(\theta)$ est de limite nulle, alors T_n est convergent. Cette condition équivaut à dire que T_n est asymptotiquement sans biais, et de variance tendant vers 0.
 - Proposition : $S_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ est un estimateur convergent de $E_\theta(X)$.
4. **Estimation par intervalles de confiance**
 - Définition : intervalle de confiance de $g(\theta)$ au niveau de confiance $1 - \alpha$: $[U_n, V_n]$ tel que $P(U_n \leq g(\theta) \leq V_n) = 1 - \alpha$, où U_n et V_n sont des estimateurs de $g(\theta)$.
 - Exemple important : Estimation par intervalle de l'espérance m d'une loi normale de variance σ^2 donnée (nécessite de savoir lire la table de valeurs de Φ , pensez à apporter la table en colles).
 - Exemple : Estimation de l'espérance d'une loi de variance connue, par approximation (utilisation du théorème de la limite centrée)
 - Cas où la variance n'est pas connue, mais où on connaît une borne de la variance : on peut obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance au moins égal à $1 - \alpha$.
 - Exemple : Estimation par intervalle du paramètre d'une loi de Bernoulli, par approximation à l'aide du théorème de la limite centrée, ou par l'utilisation de la loi faible des grands nombres. Comparaison des deux résultats sur des exemples.

IV. RÉVISION GÉNÉRALE DES PROGRAMMES DE PREMIÈRE ET DE DEUXIÈME ANNÉE

sauf les statistiques.