Lycée La Bruyère, Versailles — Vendredi 25 septembre 2009

ECS 2 – Mathématiques

Nom : Prénom :

Interrogation n° 2 (4O minutes)
Suites, séries, intégrales, DL, intégrales impropres

Note sur 40 :	Observations :
Note sur 20 :	
Rang :	

1. Définition de la convergence et de la valeur de l'intégrale impropre $\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ (cas d'une fonction f continue sur $[a,b[$)

2. Qu'est-ce qu'une intégrale faussement impropre ? Donner la preuve de la convergence d'une intégrale faussement impropre

3. Nature des séries suivantes :
   (a) $\displaystyle\sum_{n\in\mathbb{N}} n\ln n e^{-\sqrt{n+1}}$

   (b) $\displaystyle\sum_{n\in\mathbb{N}^*} \cos\left(\ln\left(1+\frac{1}{n^\alpha}\right)\right)-1$, $\alpha\in\mathbb{R}^+$.

4. Nature et somme de la série $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2n^2+n-1}{4^n}$

5. Calcul des intégrales suivantes :

   (a) $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x(1+\ln x+\ln^2 x)(2+\ln x)}\,\mathrm{d}x$ (on pourra commencer par un changement de variables)

   (b) $\displaystyle\int_{\frac{36}{\pi^2}}^{\frac{9}{\pi^2}} \frac{\mathrm{d}x}{x^3\cos^2\frac{1}{x^2}}$ (on pourra faire le changement de variables $t=\frac{1}{x^2}$)

6. Développement limité au voisinage de 0 à l'ordre 2 de $f(x)=\mathrm{e}^{\frac{1}{2+x}}$