Lycée La Bruyère, Versailles — Vendredi 4 décembre 2009

ECS 2 – Mathématiques

Nom : Prénom :

Interrogation n° 3 (30 minutes)
Diagonalisation, produits scalaires

Note sur 40 :	Observations :
Note sur 20 :	
Rang :	

1. Soit φ la forme bilinéaire sur $\mathbb{R}^4$ canoniquement associée à la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 9 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$. Montrer que φ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}^4$.

2. Définition d'une famille orthonormale.

3. Que dire de la liberté d'une famille orthogonale ? (avec preuve)

4. Soit E un espace vectoriel de dimension finie, muni d'un produit scalaire noté $\langle -, - \rangle$, et soit $\mathcal{B} = (b_1, \cdots, b_n)$ une base orthonormale de E.
Donner à l'aide du produit scalaire l'expression des coordonnées d'un vecteur X de E dans la base $\mathcal{B}$ (sans preuve)

5. Inégalité de Cauchy Schwarz (générale) et cas d'égalité (sans démonstration)

6. La matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ est-elle diagonalisable ? Si oui, déterminer une matrice inversible P et une matrice diagonale D telles que $A = PDP^{-1}$ (on ne demande pas de calculer P^{-1})