Lycée Louis-Le-Grand, Paris 2017/2018
MPSI 4 – Informatique pour tous
N. Carré, A. Troesch

TP n° 1 : Les bases de la programmation

Lancez Python en cliquant sur l'icône « Pyzo » situé sur le Bureau. La fenêtre du haut est une console (ou terminal, ou shell Python) que nous dénommerons « Interpréteur Python ». Dans cet interpréteur, vous pouvez taper directement des opérations ou des instructions, qui seront effectuées immédiatement. La fenêtre du bas vous permet d'écrire des programmes complets mémorisés dans des fichiers.

Exercice 1 – À la découverte des Variables (à faire dans la console)
Une variable est la donnée d'une place en mémoire, destinée à stocker une valeur, et d'un nom permettant l'accès à cette place en mémoire. La valeur d'une variable peut changer au cours du temps. L'action de donner une valeur à une variable s'appelle « l'affectation », et s'effectue avec le signe `=`.

1. Créer une variable x de valeur 3. Peut-on écrire l'égalité d'affectation dans le sens qu'on veut ?
2. Créer une variable y égale à $7 * x$, et afficher sa valeur. Modifier la valeur de x. Quel est l'effet de cette modification sur la valeur de y ?
3. À l'aide de la fonction `help`, comprendre ce que fait la fonction `id`, et la tester sur la variable x. De même pour la fonction `type`.
4. Rajouter 1 à x. Quel est l'effet sur le type et l'identifiant ? Même question en rajoutant 0.5.
5. Comprendre l'effet sur x des opérations `+=`, `-=`, `*=`, `/=`.
6. Échanger le contenu de deux variables x et y.

Exercice 2 – Premiers affichages (à faire dans la console)

1. Définir une variable `Bonjour` de valeur 0.
2. Quel est l'effet de l'instruction `print(Bonjour)` ? Quels délimiteurs mettre autour du mot Bonjour pour afficher le mot Bonjour et non sa valeur ? (deux réponses possibles, voire 3)
3. Comparer le type de `Bonjour` et de `Bonjour` encadré de ces délimiteurs.
4. Afficher les deux textes « `Aujourd'hui` » et « `Il dit: "Bonjour"` ». Afficher « `"Aujourd'hui"` ».
5. À quoi correspond le caratère spécial `\n` ?
6. En vous servant du paramètre sep et d'un autre paramètre que vous trouverez grâce à l'aide associée à `print`, après avoir défini 3 variables x, y et z, afficher, en une seule instruction :
   - x, y et z en ligne, séparés d'un point-virgule.
   - x, y et z en ligne, séparés d'un « et », terminant par un point.
   - x, y et z séparés d'un point-virgule et d'un retour à la ligne et finissant par un « CQFD ».
7. Afficher le texte : « `Que` 2^{200} `est grand!` », où 2^{200} est remplacé par sa valeur calculée.

   On pourra se servir de la méthode `format`, permettant d'insérer dans une chaîne de caractères un nombre à une position déterminée par des accolades, par exemple `'Les {} Mousquetaires'.format(3)`.

   On verra un peu plus loin qu'on peut donner des paramètres supplémentaires permettant une insertion d'un nombre dans une chaîne sous un format imposé.

Exercice 3 – Premiers programmes
Nous quittons maintenant la console, pour écrire notre premier programme. Il s'agit donc d'écrire dans un fichier une succession d'instructions qui ne seront effectuées que lorsque nous lancerons l'exécution du programme.

1. Écrire un programme affichant `Bonjour`. Pour lancer l'exécution de votre programme, utiliser le menu Run.
2. Écrire un programme définissant la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$, demandant à l'utilisateur une valeur de x, et affichant la valeur de $f(x)$ (sous la forme d'une égalité).

Exercice 4 – Structures conditionnelles simples
Il est fréquent de devoir différencier l'action à effectuer suivant les cas. On utilise pour cette situation la structure conditionnelle

```
if bool:
    instructions
else:
    instructions
```

Le booléen `bool` est le plus souvent obtenu sous forme d'un test (`==`, `!=`, `>`, `>=`, `<`, `<=`, `is`, `in`*).*
Si la discussion porte sur plus de deux termes, on peut ajouter des tests intermédiaires grâce à `elif` *(abréviation de else if).*

Écrire dans un programme une fonction prenant en paramètre une année, renvoyant un booléen, égal à `True` si et seulement si l'année est bissextile. On demandera une année à l'utilisateur, et on lui affichera en réponse un texte disant si l'année est bissextile ou non.
On rappelle que depuis octobre 1582, une année n est bissextile si et seulement si n est divisible par 4, sauf si n est divisible par 100, mais pas par 400. On rappelle également qu'avant 1582, les années bissextiles étaient exactement les années multiples de 4.

Exercice 5 – Structures itératives conditionnelles
Les structures itératives (boucles) permettent de répéter un bloc d'instructions un grand nombre de fois. Nous n'étudions pour le moment que les boucles dont l'arrêt est conditionné par une condition, ou plutôt dont l'arrêt est conditionné par la non réalisation d'une certaine condition. Il s'agit de la boucle :

```
while bool:
    instructions
```

1. Soit pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$. Écrire un programme déterminant la plus petite valeur de n pour laquelle $S_n > A$, A étant un réel entré par l'utilisateur. N'essayez pas votre programme avec des valeurs de A supérieures à 20.
2. On rappelle que si a et b sont deux entiers strictement positifs et r le reste de la division euclidienne de a par b, alors, si $r \neq 0$, le pgcd de a et b est égal au pgcd de b et r. En répétant cette opération jusqu'à obtenir un reste nul, on peut donc calculer le pgcd (c'est l'algorithme d'Euclide).

   Écrire un programme demandant à l'utilisateur deux entiers a et b, puis calculer et afficher leur pgcd. Qu'en est-il du ppcm ?

Exercice 6 – Formater l'affichage des nombres.
Il est parfois utile de créer à partir d'une valeur numérique une chaîne de caractères, pour pouvoir l'insérer par exemple dans une chaîne de caractères plus grande. Cela peut être utile aussi bien pour un affichage à l'écran mieux maîtrisé que pour la création d'une chaîne de caractères en vue d'un traitement ultérieur. Une première méthode consiste à utiliser la fonction de conversion de type `str()` *transformant un objet en chaîne de caractères, mais cette fonction ne permet pas de paramétrer finement le format obtenu pour la valeur numérique. Nous présentons dans cet exercice une méthode plus efficace.*

- *L'insertion d'une valeur numérique x dans une chaîne de caractères se fait à l'aide de la « méthode »* `format` *de la classe «* `str` *». La syntaxe pour appliquer une méthode* `meth` *à un objet* `Obj` *est* `Obj.meth(paramètres)`.
- *La méthode* `format` *remplace dans une chaîne de caractères les symboles* `'{}'` *par le paramètre précisé. Essayez par exemple* `print('Les {} petits cochons'.format(3))`
- *On peut remplacer plusieurs accolades par plusieurs valeurs simultanément. Les accolades sont remplacées par les valeurs données dans l'ordre.*
- *Il existe différentes options d'affichage des nombres :*
  - `{:g}` *: choisit le format le plus adapté*
  - `{:.4f}` *: Écriture en virgule flottante, fixe le nombre de décimales, ici 4.*
  - `{:.5e}` *: Écriture en notation scientifique, fixe le nombre de décimales, ici 5.*
  - `{:<15.2e}` *: Fixe la longueur de la chaîne (elle est remplie par des espaces), et justifie à gauche. Le* `2e` *a la même signification que plus haut.*
  - `{:>15.2e}` *: Fixe la longueur de la chaîne, et justifie à droite.*

* `{:^15.2e}` : *Fixe la longueur de la chaîne, centre.*

1. Écrire un programme affichant toutes les valeurs de la suite u_n définie par la récurrence $u_0 = 1$ et pour tout $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = \sin(u_n)$ jusqu'à obtenir une valeur inférieure ou égale à $2 \cdot 10^{-3}$. L'affichage devra être fait sous le format « u_{n} = $\{u_n\}$ » où $\{n\}$ et $\{u_n\}$ sont remplacées par leur valeur. La valeur de u_n sera affichée en virgule flottante, avec une précision de 10^{-5}.
2. Écrire un programme affichant en 3 colonnes les premières puissances de 2, tant qu'elles sont inférieures à 10^{20}, en alignant les unités (on remplira les colonnes cycliquement). On rappelle que deux chaînes de caractères peuvent être concaténées en utilisant l'opération $+$.

Exercice 7 – Calculs de suites récurrentes, et de sommes
Les questions sont indépendantes.

1. Soit la suite définie par $u_0 = 0$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4}$.
   (a) Écrire un programme demandant à l'utilisateur un entier n et affichant tous les termes de la suite jusqu'à u_n. Que peut-on conjecturer quant à la convergence de cette suite ?
   (b) Écrire une fonction retournant le plus petit entier n pour lequel $u_n > 4 - \varepsilon$, où $\varepsilon > 0$. Que trouve-t-on pour $\varepsilon = 10^{-8}$?
2. Calculer $\displaystyle\sum_{n=0}^{1000} u_n$ où $u_0 = 1$ et $\forall n \geqslant 0$, $u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n + 1}$.
3. Écrire un programme affichant les n premiers termes de la suite définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 2$, pour tout $k \in \mathbb{N}$, $u_{k+2} = \sin u_k + 2\cos u_{k+1}$ (la valeur de n étant demandée à l'utilisateur). La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ semble-t-elle convergente ?
4. Soit $f(x, y) = x\cos y + y\cos x$. On définit une suite u_n par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$, $u_{n+2} = f(u_{n+1}, u_n)$ si n est pair, et $u_{n+2} = f(u_{n+1}, u_{n-1})$ si n est impair. Afficher les premières valeurs de (u_n), jusqu'à l'indice N, l'entier N étant entré par l'utilisateur.

Exercice 8 – On définit la suite de Syracuse par $u_0 \in \mathbb{N}^*$, et

$$u_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

On veut vérifier la propriété suivante : il existe un rang N tel que $u_N = 1$ (et à partir de ce rang, la suite boucle sur la séquence 4, 2, 1, 4, 2, 1, etc.). Écrire un programme demandant à l'utilisateur une valeur initiale u_0, calculant les différents termes de la suite tant qu'ils ne sont pas égaux à 1, et affichant pour terminer la première valeur de N pour laquelle $u_N = 1$, ainsi que la plus grande valeur obtenue pour u_n.

Exercice 9 – En admettant l'existence de cette limite, calculer une valeur approchée à 10^{-8} près de

$$\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=2}^{n} \frac{(-1)^k}{k\ln(k)}.$$

On pourra remarquer que cette limite est toujours comprise entre deux sommes partielles successives.

Exercice 10 – Écrire un calendrier perpétuel, valable à partir de l'avénement du calendrier grégorien le vendredi 15 octobre 1582 (lendemain du jeudi 4 octobre 1582). Le programme devra, étant donné un jour entré sous la forme AAAAMMJJ, donner le jour de la semaine correspondant.

NB : La date donnée correspond à la date de passage au calendrier grégorien pour les premiers pays ayant fait cette transition (en particulier l'Italie et la France). La plupart des pays ont fait la transition beaucoup plus tard, certains au début du XXe siècle (par exemple la Russie lors de la révolution de 1917). Certaines entités continuent encore aujourd'hui d'utiliser le calendrier julien, comme par exemple l'église orthodoxe russe.

Exercice 11 – L'entier $n \leqslant 20$ étant donné par l'utilisateur, afficher les n premières lignes du triangle de Pascal. On veillera à aligner (suivant leurs unités) les valeurs situées sur une même colonne.