Université Paris 6 Février 2004

DEUG SCM 23 - 2003/04 – 2nd semestre

Math 4 – Groupes 1/2

Problème 2 – Intégrales impropres

À rendre le mercredi 3 mars 2004

Exercice 1 – Sciences de la matière 2e année (Paris VI, septembre 1998)

Étudier la convergence de l'intégrale

$$\int_0^{\mathrm{e}} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x(\,\mathrm{e}-x)}\left(\ln\frac{1}{x}+1\right)}$$

Exercice 2 – S.C.M 23, Paris VI, interrogation écrite du 04 mars 2002

On rappelle les formules $\operatorname{Argsh}' x = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ et $\operatorname{Argsh} x = \ln(x+\sqrt{x^2+1})$.

1. Montrer que l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^{+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+2}-\left(x+1+\frac{1}{2x}\right)\right)\mathrm{d}x$ est convergente.
2. Calculer une primitive de $y \mapsto \sqrt{y^2+1}$. On pourra faire une intégration pas parties. En déduire une primitive F de $f(x) = \sqrt{x^2+2x+2}-\left(x+1+\dfrac{1}{2x}\right)$.
3. Calculer la limite de F lorsque $x \to +\infty$.
4. Déduire des questions 2 et 3 la valeur de I.